

Решить систему уравнений.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_3 + 2x_4 = 6 \\ x_2 + x_3 + 3x_4 = 16 \\ x_1 - 2x_2 - x_4 = -6 \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 6 \end{cases}$$

Приведем матрицу к диагональному виду.

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -3 & 2 & 6 \\ 0 & 1 & 1 & 3 & 16 \\ 1 & -2 & 0 & -1 & -6 \\ 2 & -3 & 2 & 0 & 6 \end{pmatrix} \xrightarrow{1} \begin{pmatrix} 1 & 1 & -3 & 2 & 6 \\ 0 & 1 & 1 & 3 & 16 \\ 0 & -3 & 3 & -3 & -12 \\ 0 & -5 & 8 & -4 & -6 \end{pmatrix} \xrightarrow{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 & -3 & 2 & 6 \\ 0 & 1 & 1 & 3 & 16 \\ 0 & -1 & 1 & -1 & -4 \\ 0 & -5 & 8 & -4 & -6 \end{pmatrix} \xrightarrow{3}$$

1. Вычтем 1-ю строку из 3-й и 1-ю строку, умноженную на 2 из 4-й.
2. 3-ю строку разделим на 3.
3. 2-ю строку сложим с 3-й. 2-ю строку, умноженную на 5 вычтем из 4-й

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -3 & 2 & 6 \\ 0 & 1 & 1 & 3 & 16 \\ 0 & 0 & 2 & 2 & 12 \\ 0 & 0 & 13 & 11 & 74 \end{pmatrix} \xrightarrow{4} \begin{pmatrix} 1 & 1 & -3 & 2 & 6 \\ 0 & 1 & 1 & 3 & 16 \\ 0 & 0 & 26 & 26 & 156 \\ 0 & 0 & 26 & 22 & 148 \end{pmatrix} \xrightarrow{5} \begin{pmatrix} 1 & 1 & -3 & 2 & 6 \\ 0 & 1 & 1 & 3 & 16 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & -4 & -8 \end{pmatrix}$$

4. 3-ю строку умножим на 13, 4-ю на 2.
5. Вычтем из 4-й строки 3-ю. 3-ю строку разделим на 26.

Привели матрицу к диагональному виду. Из 4-го уравнения

$$x_4 = \frac{-8}{-4} = 2$$

Из 3-го уравнения

$$x_3 = \frac{36 - 6 \cdot 2}{6} = 4$$

Из 2-го уравнения

$$x_2 = 16 - 3x_4 - x_3 = 16 - 6 - 4 = 6$$

Из 1-го уравнения

$$x_1 = 6 - 2x_4 + 3x_3 - x_2 = 6 - 4 + 12 - 6 = 8$$

$$x_1 = 8, x_2 = 6, x_3 = 4, x_4 = 2.$$